ЛИТЕРАТУРА

1. Блошанский И. Л., Лифанцева О. В. // Докл. РАН. – 2008. – Т. 423. – № 4 – С. 1–4.

2. Блошанский И. Л. // Теория функций и приближений. Тр. 5-й Сарат. зимн. шк. – Саратов, 1992. – С. 150–155.

3. Блошанская С. К., Блошанский И. Л. // Applied and Numerical Harmonic Analysis, Springer Book Series. Vol. "Wavelet Analysis and Applications". – Switzerland: Birkhauser Verlag, Basel, 2007. – P. 13–24.

4. Бари Н. К. Тригонометрические ряды. – М.: Физматгиз. – 1961.

П. А. Бородин

Москва, pborodin@inbox.ru

О ПРИБЛИЖЕНИИ НАИПРОСТЕЙШИМИ ДРОБЯМИ

Наипростейшей дробью называется рациональная функция вида

$$r_n(z) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{z - a_k}, \quad a_k \in \mathbb{C}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Аппроксимации наипростейшими дробями стали изучаться по инициативе Е. П. Долженко. Приведем некоторые результаты качественного характера.

Наипростейшие дроби с полюсами вне компакта $K \subset \mathbb{C}$ со связным дополнением плотны в пространстве $AC(K)$ функций, непрерывных на K и аналитических в его внутренних точках [1]. Наипростейшие дроби с полюсами вне действительной оси $\mathbb{R}$ плотны в пространстве $C_0(\mathbb{R})$ [2], но, как следует из результатов [3], не плотны ни в одном из (содержащих их) пространств $L_p(\mathbb{R})$, $1 < p < \infty$. Класс функций из $L_p(\mathbb{R})$, с любой точностью приближаемых в этом пространстве наипростейшими дробями, описан в [4]. В случае полуоси $\mathbb{R}_+ = [0, \infty)$ наипростейшие дроби плотны в пространстве $L_p(\mathbb{R}_+)$ при $p \geqslant 2$ и не плотны в этом пространстве при $1 < p < 2$ [5].

Следующие результаты — о приближении наипростейшими дробями с ограничениями на расположение их полюсов.

Теорема 1. *Для любого $\gamma \in [0, \pi/2]$ наипростейшие дроби с полюсами в угле $\Lambda_\gamma = \{z : \arg z \in (\gamma, 2\pi - \gamma)\}$ содержатся в собственном полупространстве пространства $L_p(\mathbb{R}_+)$ при каждом $p \in \left(1, \frac{2\pi-2\gamma}{\pi-2\gamma}\right)$ и всюду плотны в $L_p(\mathbb{R}_+)$ при каждом $p \geqslant \frac{2\pi-2\gamma}{\pi-2\gamma}$.*

Теорема 2. *Пусть $K \subset \mathbb{C}$ — компакт со связным дополнением, а связный компакт $E \subset \mathbb{C}$ не пересекается с K. Наипростейшие дроби с полюсами на E плотны в пространстве $AC(K)$ тогда и только тогда, когда K не пересекается с неограниченной компонентой дополнения к E.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00648).

ЛИТЕРАТУРА

1. Данченко В. И., Данченко Д. Я. *О равномерном приближении логарифмическими производными многочленов* // Теория функций, ее прилож. и смежн. вопросы. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1999. – С. 74–79.

2. Бородин П. А., Косухин О. Н. *О приближении наипростейшими дробями на действительной оси* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Матем. Механ. – 2005. – № 1. – С. 3–8.

3. Данченко В. И. *Оценки расстояний от полюсов логарифмических производных до прямых и окружностей* // Матем. сборник. – 1994. – Т. 185. – № 8. – С. 63–80.

4. Протасов В. Ю. *Приближения наипростейшими дробями и преобразование Гильберта* // Изв. РАН. Сер. матем. – 2009. – Т. 75. – № 2. – С. 123–140.

5. Бородин П. А. *Приближение наипростейшими дробями на действительной оси* // Матем. сборник (принято к печати).

А. В. Братищев

Ростов-на-Дону, avbratishchev@spark-mail.ru

ХАОТИЧНОСТЬ КОММУТИРУЮЩИХ С ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕМ ДАНКЛА ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ПРОСТРАНСТВА АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Пусть $H(G)$ — пространство голоморфных функций в односвязной области $G \subseteq \mathbb{C}$, наделенное топологией равномерной сходимости на компактах. Область G симметрична относительно начала координат. Дифференциально-разностный оператор Данкла определяется по правилу

$$[\Lambda_\alpha f](z) := f'(z) + \frac{2\alpha+1}{2} \cdot \frac{f(z)-f(-z)}{z}, \quad \alpha > -1/2.$$

Он является частным случаем оператора обобщенного дифференцирования (ООД) Гельфонда – Леонтьева.

Пусть L есть линейное непрерывное преобразование локально выпуклого пространства E. *Орбитой элемента* $x \in E$ называется последовательность $Orb(L,x) := \{x, Lx, L^2x\}$. Элемент x называется *гиперциклическим* для L, если $Orb(L,x)$